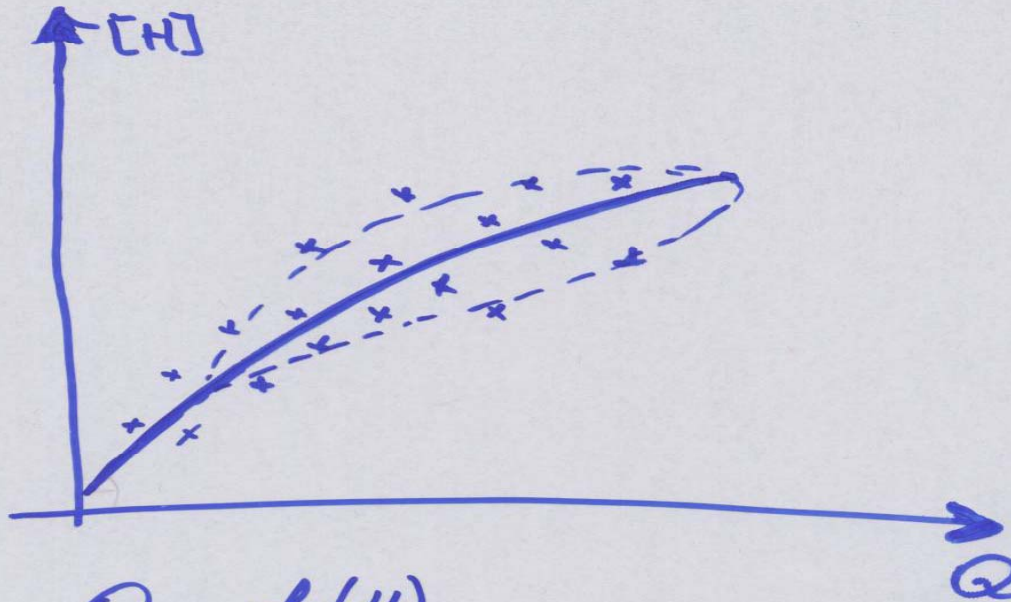


POVEZANST VODOSTAJA I PROTOKA

KRIVULJA PROTOKA - konsumpcija



$$Q = f(H)$$

$$Q_p = a(H+b)^m$$

$$Q_r = A + BH + CH^2$$

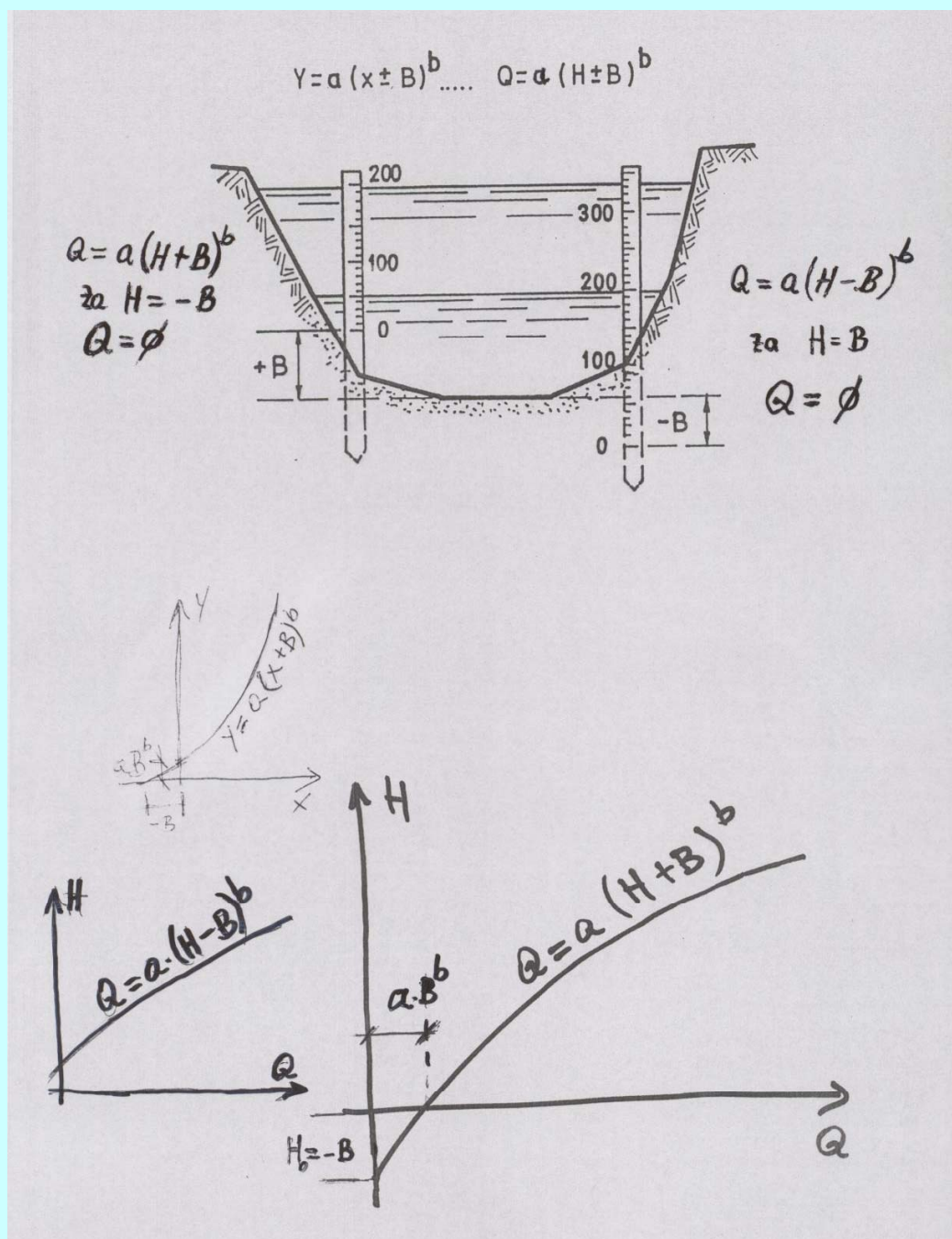
$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(Q_i - Q_r)^2}{Q_r}$$

Krivulja protoka kad se "0" vodomjera ne poklapa sa najnižom točkom dna vodotoka:

$$Q = a(H+B)^b$$

ili

$$Q = a(H-B)^b$$



Određivanje krivulje protoka – proračun parametara A i γ , te adicione konstante B :

Logaritmiraju se osnovni oblik jednačine i dobiva jednačina linearne regresijske zavisnosti. Za određivanje parametara regresije metodom “najmanje sume kvadrata odstupanja” poznate su dvije jednačine. Da bi se jednačine mogle riješiti (tj. odrediti γ i $\log A$) potrebno je pretpostaviti vrijednost adicione konstante B . Za pretpostavljeno B proračunaju se vrijednosti za γ i $\log A$ (antilogarimiranjem dobije se A).

Adiciona konstanta B se pretpostavlja više puta, a konačno rješenje treba zadovoljiti uvjet da index prilagodbe λ^2 bude minimalan.

$Q = A (H \pm B)^\gamma$
 za pretpostavljeni $B = \text{const}$
 $\log Q = \log A + \gamma \log (H \pm B)$
 $Y = aX + b$
 $\log Q = Y$
 $\log (H \pm B) = X$
 $\gamma = a$
 $\log A = b$

$(Y_i - Y)^2 = (Y_i - aX_i - b)^2$

① $\sum_{i=1}^n Y_i = a \sum_{i=1}^n X_i + n \cdot b$
 $\sum_{i=1}^n \log Q_i = \gamma \sum_{i=1}^n \log (H_i \pm B) + n \log A$

② $\sum_{i=1}^n X_i Y_i = a \sum_{i=1}^n X_i^2 + b \sum_{i=1}^n X_i$

$\sum_{i=1}^n \log (H_i \pm B) \cdot \log Q_i = \gamma \sum_{i=1}^n [\log (H_i \pm B)]^2 + \log A \cdot \sum_{i=1}^n \log (H_i \pm B)$

za adicione popravak B uvjet je:

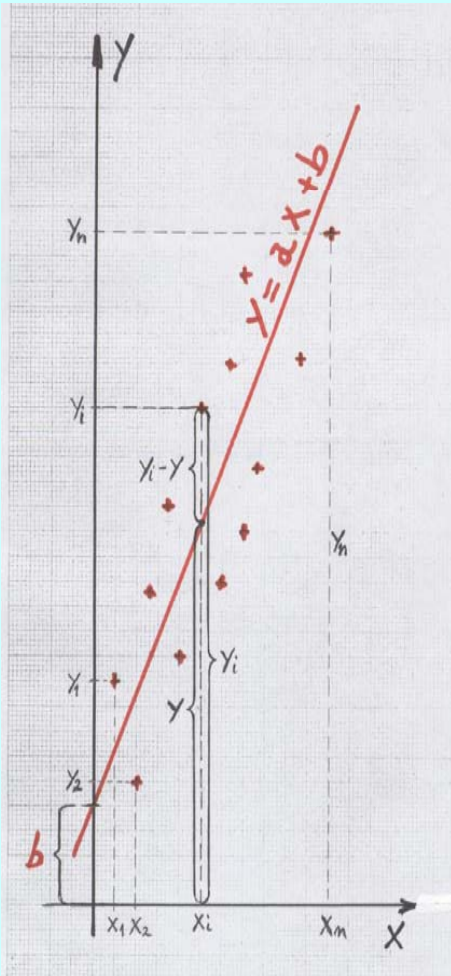
$\lambda^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(Q_i - Q_r)^2}{Q_r^2} = \min$

λ^2 ... index prilagodbe (suma relativnih kvadrata odstupanja)

Izvod jednadžbi za određivanje parametara **a** i **b** isto kao kod izračuna linearne regresije:

Potrebno je odrediti pravac:

$$y = ax + b$$



$$\begin{aligned}
 1.) \quad & (y_i - y)^2 = (y_i - ax_i - b)^2 \quad / \frac{\partial}{\partial b} \\
 & 2(y_i - y) \frac{\partial y}{\partial b} = 2(y_i - ax_i - b) \cdot (-1) \quad \left(\frac{\partial y}{\partial b} = 1 \right) \\
 & (y_i - y) \cdot 1 = -y_i + ax_i + b \\
 & (y_i - ax_i - b) = -y_i + ax_i + b \\
 & 2y_i = 2ax_i + 2b \\
 & y_i = ax_i + b \quad / \sum_1^N \\
 & \sum y_i = a \sum x_i + N \cdot b \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.) \quad & (y_i - y)^2 = (y_i - ax_i - b)^2 \quad / \frac{\partial}{\partial a} \\
 & 2(y_i - y) \frac{\partial y}{\partial a} = 2(y_i - ax_i - b) \cdot (-x_i) \quad \left(\frac{\partial y}{\partial a} = x \right) \\
 & (y_i - y) \cdot x = -x_i y_i + ax_i^2 + bx_i \\
 & y_i x_i - (ax_i + b) \cdot x_i = -x_i y_i + ax_i^2 + bx_i \\
 & 2x_i y_i = 2ax_i^2 + 2bx_i \\
 & x_i y_i = ax_i^2 + bx_i \quad / \sum_1^N \\
 & \sum x_i y_i = a \sum x_i^2 + b \sum x_i \quad (2)
 \end{aligned}$$

rješenjem jednadžbi **(1)** i **(2)** dobiju se parametri pravca **a** i **b**

množenjem jednadžbe **(1)** sa Σx a jednadžbe **(2)** s **(-N)** te njihovim zbrajanjem dolazi se do izraza za izračun parametra **a** :

$$a = \frac{\sum x_i \cdot \sum y_i - N \sum x_i y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - N \sum x_i^2} \quad (3)$$

Uvrštavanjem izraza (3) (za izračun parametra **a**) u jednadžbu **(1)** dolazi se do izraza za izračun parametra **b** :

$$b = \frac{\sum x_i y_i \cdot \sum x_i - \sum x_i^2 \cdot \sum y_i}{\left(\sum x_i\right)^2 - N \sum x_i^2} \quad (4)$$

PRIMJER PRORAČUNA KRIVULJE PROTOKA

PRIMJER PRORAČUNA KRIVULJE PROTOKA

R.br.	Hraè	Vodostaj H [m]	Protok Q [m³/sec]	$\log(H+B) = x$	$\log Q = y$	$x \cdot y$	x^2	Protok Q _{izraè} [m³/sec]	$\log Q_{izraè}$
1.		1.50	110.00	0.190331698	2.041393	0.388542	0.036226	87.59424	1.9424755
2.		2.00	130.00	0.311753861	2.113943	0.65903	0.09719	151.9007	2.1815598
3.		2.50	250.00	0.40654018	2.39794	0.974859	0.165275	233.4518	2.3681972
4.		3.00	350.00	0.484299839	2.544068	1.232092	0.234546	332.1304	2.5213086
5.		3.50	405.00	0.550228353	2.607455	1.434696	0.302751	447.8412	2.651124
6.		4.00	595.00	0.607455023	2.774517	1.685394	0.369002	580.5041	2.7638053
7.		4.50	685.00	0.658011397	2.835691	1.865917	0.432979	730.0497	2.8633525
8.		5.00	790.00	0.703291378	2.897627	2.037876	0.494619	896.4173	2.9525102
9.		5.50	890.00	0.744292983	2.94939	2.19521	0.553972	1079.553	3.0332438
10.		6.00	970.00	0.781755375	2.986772	2.334925	0.611141	1279.406	3.1070085
11.		6.50	1450.00	0.8162413	3.161368	2.580439	0.66625	1495.934	3.1749124
12.		7.00	2000.00	0.848189117	3.30103	2.799898	0.719425	1729.094	3.2378187
13.		7.50	2200.00	0.877946952	3.342423	2.93447	0.770791	1978.85	3.2964129
14.		8.00	3100.00	0.90579588	3.491362	3.162461	0.820466	2245.166	3.3512484
15.	9.276573	0.00	0.00					3000	
16.	1.986932	0.00	0.00					150	
17.	0	0.00	0.00					0.101376	
18.		0.00	0.00						
19.		0.00	0.00						
20.		0.00	0.00						
Suma:				8.886133337	39.44498	26.28581	6.274634		

$$Q = A(H+B)^n / \log$$

$$\log Q = \log A + n \log(H+B)$$

$$y = ax + b$$

$$\log Q = y$$

$$\log(H+B) = x$$

$$a = n$$

$$\log A = b$$

$$1. \log y = n \log A + n x$$

$$2. \log xy = \log x \log A + n x^2$$

$$n = (\log y - n \log A) / (\log x)$$

$$\log A = (\log xy * \log x - \log x^2 * \log y) / ((\log x)^2 - n \log x^2)$$



Adiciona popravka B = 0.05
Broj podataka n = 14

Parametri:

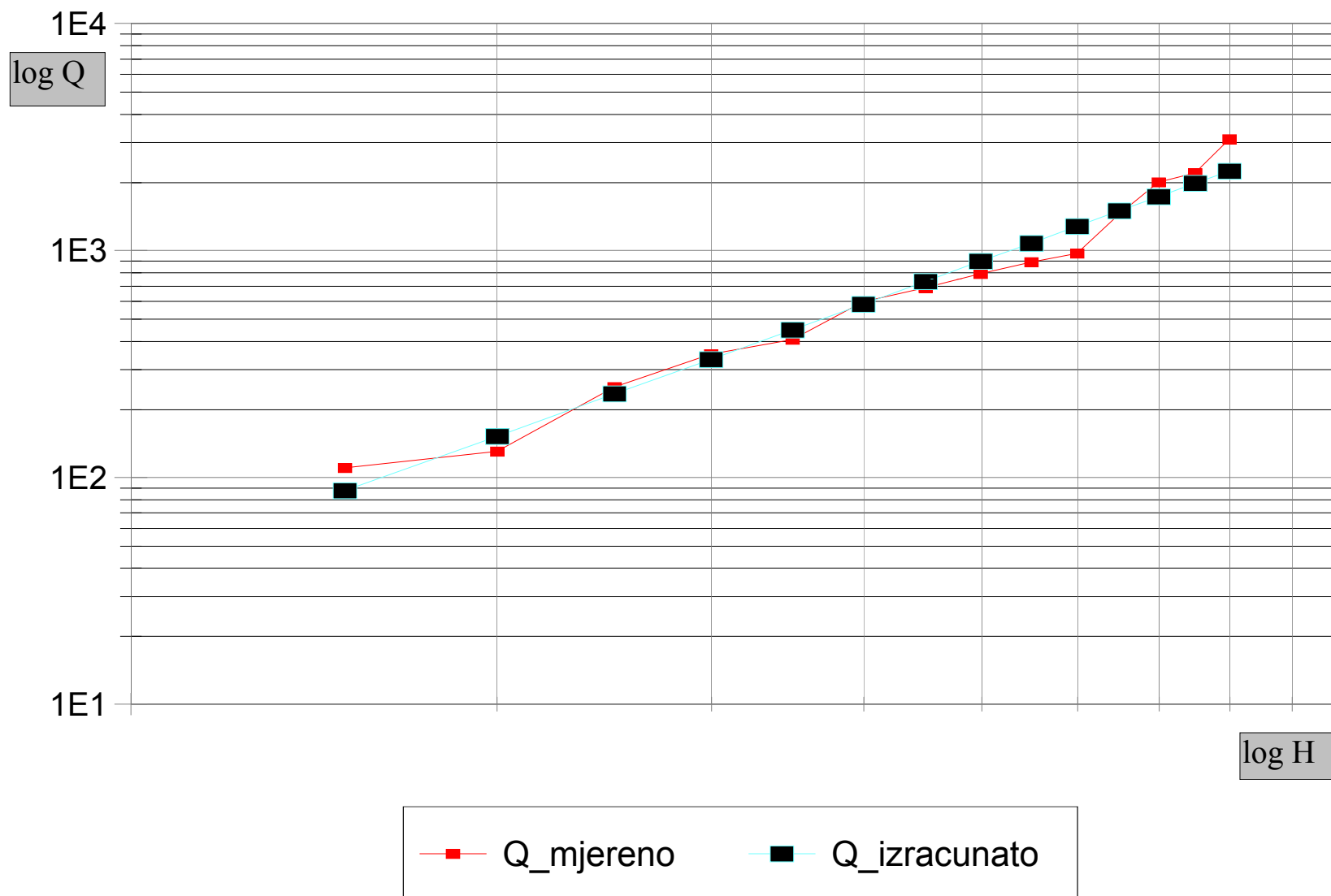
$$\log A = 1.567706$$

$$A = 36.9578$$

$$n = 1.969033$$

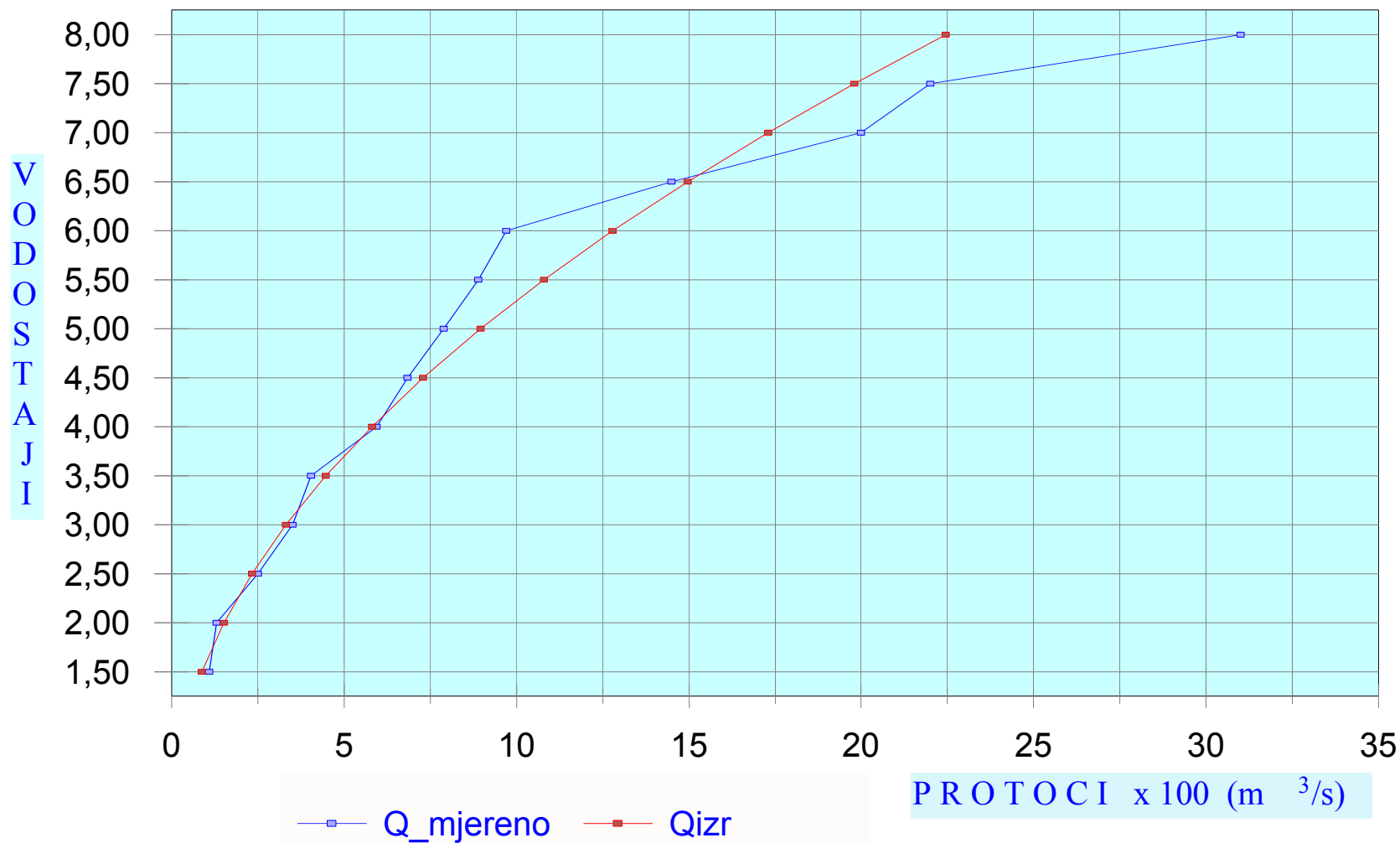
$$Q = 36.9578 * (H + 0.05)^{1.969033}$$

PRIMJER GRAFA KRIVULJE PROTOKA u log-log mjerilu



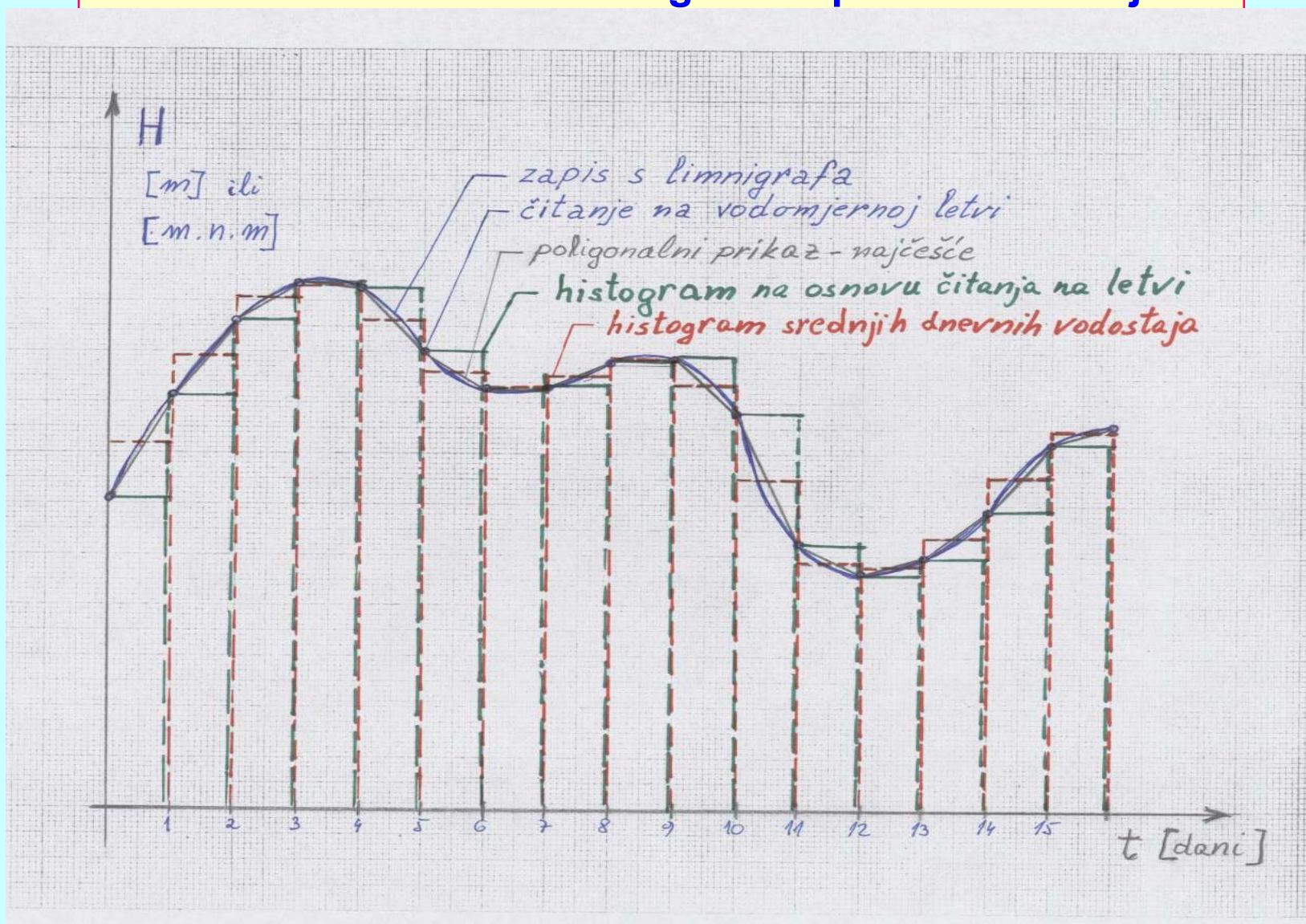
PRIMJER GRAFA KRIVULJE PROTOKA u normalnom mjerilu

KRIVULJA PROTOKA



GRAFIČKO PRIKAZIVANJE VODOSTAJA

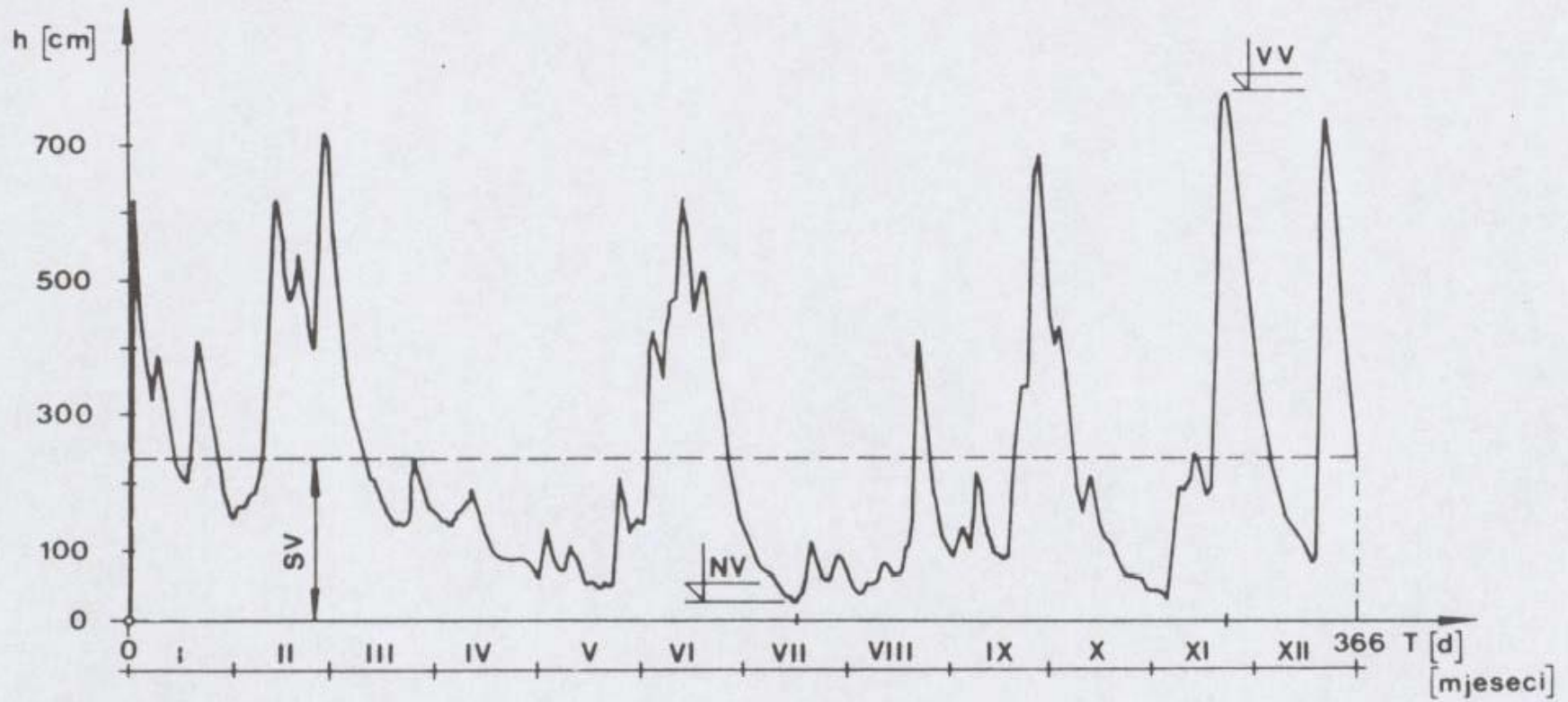
NIVOGRAM – kronološki grafički prikaz vodostaja



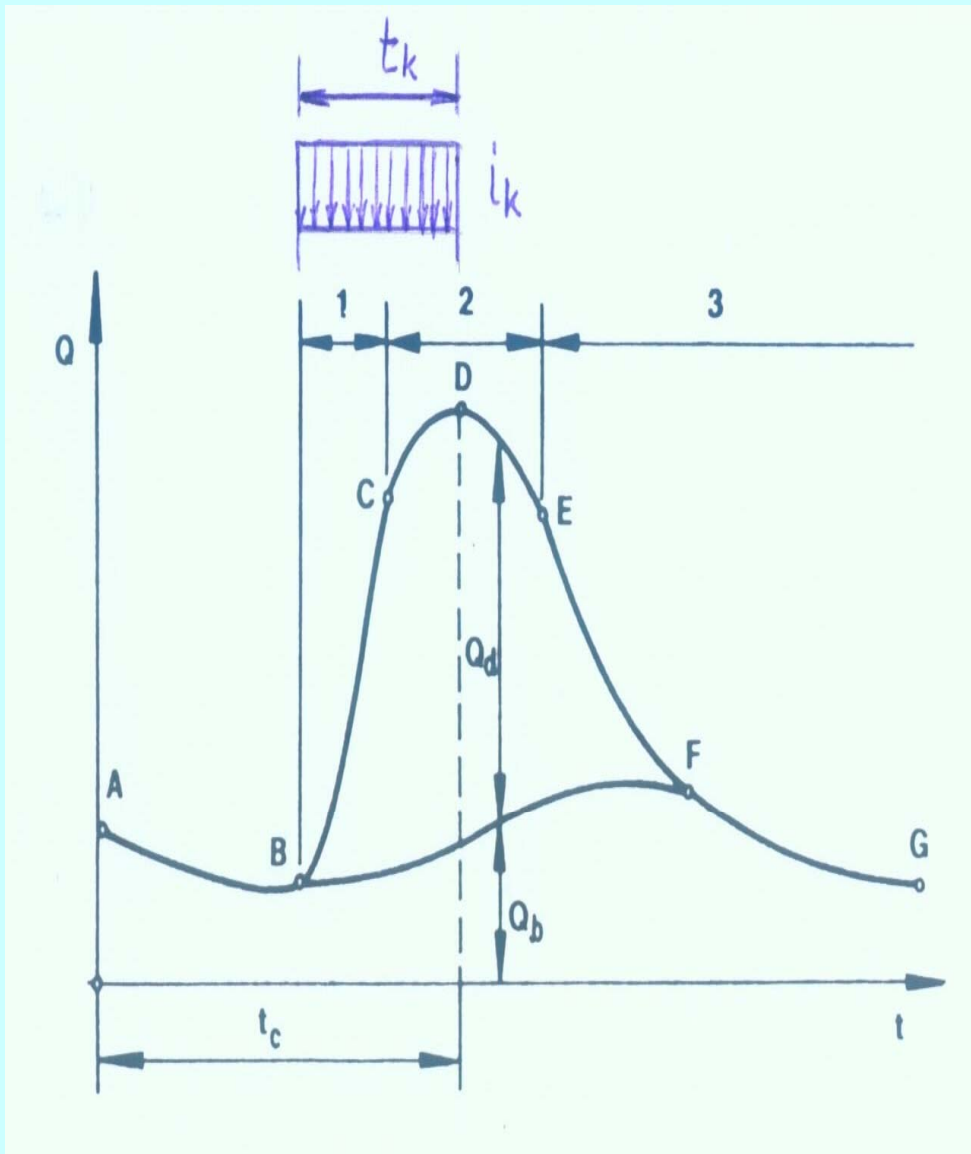
Primjer prikaza
zapisa dnevnih
vodostaja u
hidrološkom
godišnjaku

RJEKA SAVA, VODOMJER BR. 916 - CRNAC, LIMNIGRAF												
A = 23 102 [km ²]						KOTA "0" TOČKE 90.03 [m n.m.]						
DAN	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	621+	159+	571+	148	78	192	110	51	100	398	41	359
2	541	161	509	142	124	396	99	42	123	428+	42	317
3	478	165	457	140	134	423	88	36+	136	405	34+	285
4	428	173	407	136	110	412	81	34	120	360	27	258
5	379	180	362	139	82	376	77	40	100	310	36	234
6	338	201	327	153	70	352	71	49	126	266	108	210
7	319	227	300	153	65	434	70	51	212	225	172	190
8	364	245	281	161	71	467	64	51	216	186	195	170
9	392	340	264	168	101	468	58	56	178	165	196	152
10	369	459	246	185	110	476	48	76	138	152	192	139
11	328	550	218	189+	92	574	41	83	118	184	202	135
12	286	619	207	169	75	623+	35	73	102	216	238	127
13	248	616	205	151	62	585	31	61	91	196	138	118
14	225	564	194	132	52	499	29	62	91	164	216	108
15	217	504	180	117	54	448	27	67	88	136	192	98
16	206	465	166	102	54	460	25+	68	85+	120	174	91
17	199	490	152	93	50	492	36	99	91	115	192	82+
18	213	536	139	89	46+	516	54	105	176	111	378	85
19	292	534	136	85	46	481	88	136	243	100	580	232
20	394	498	138	85	54	432	115+	344	290	85	718	630
21	414	457	137	85	46	387	98	416+	347	74	770	739+
22	385	413	135+	85	52	340	77	372	338	64	779+	744
23	338	393	138	84	130	311	61	296	349	58	762	704
24	297	495	210	83	210+	283	53	235	574	59	720	634
25	259	593	240	83	190	244	53	195	662	59	654	556
26	230	661	216	85	154	213	58	169	687+	60	598	496
27	202	725+	191	81	126	181	86	135	678	57	542	438
28	177	700	175	77	128	158	88	116	608	53	496	386
29	157	646	162	67	142	139	92	105	517	46	452	334
30	145+		158	59+	144	123+	78	96	438	42+	410	289
31	152		154		134		63	91		43		250
NV	144	156	133	56	42	115	24	34	84	40	26	78
SV	309	440	238	118	96	383	66	123	267	159	345	309
VV	664	730	609	195	214	626	119	422	694	434	780	750
1968	NV	DATUM					SV	VV			DATUM	
	24	16 - VII					236	780			22 - XI	
NNV	- 17	2 - X - 1967.					VVV 886	6 - XII - 1967.				

Shematski prikaz godišnjeg nivograma



grafički prikaz otjecanja - hidrogram



Osnovna hidrološka veličina:

$$Q = F \cdot v \quad [\text{m}^3/\text{s}]$$

F ... površina protočnog presijeka

v ... brzina tečenja

Hidrogram: $Q = f(t)$

1 - razdoblje porasta ili razdoblje povećanja protoka

2 - razdoblje vršnog dijela (kulminacijski period)

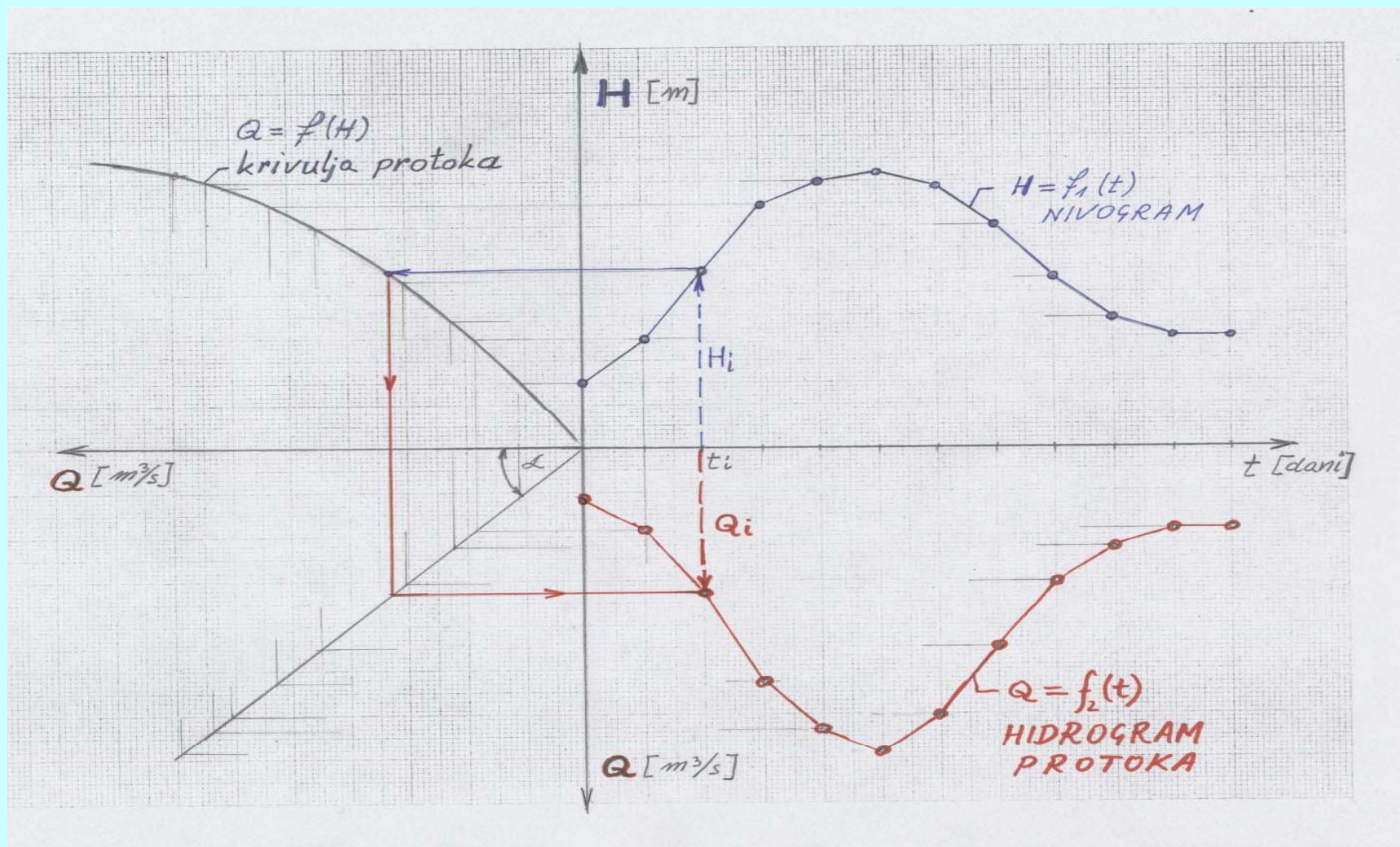
3 - razdoblje opadanja (period recesije)

D - vršni protok (u formiranju protoka sudjeluje cijeli sliv ako je $t_k = t_c$; t_k - trajanje kiše, t_c - vrijeme koncentracije otjecanja)

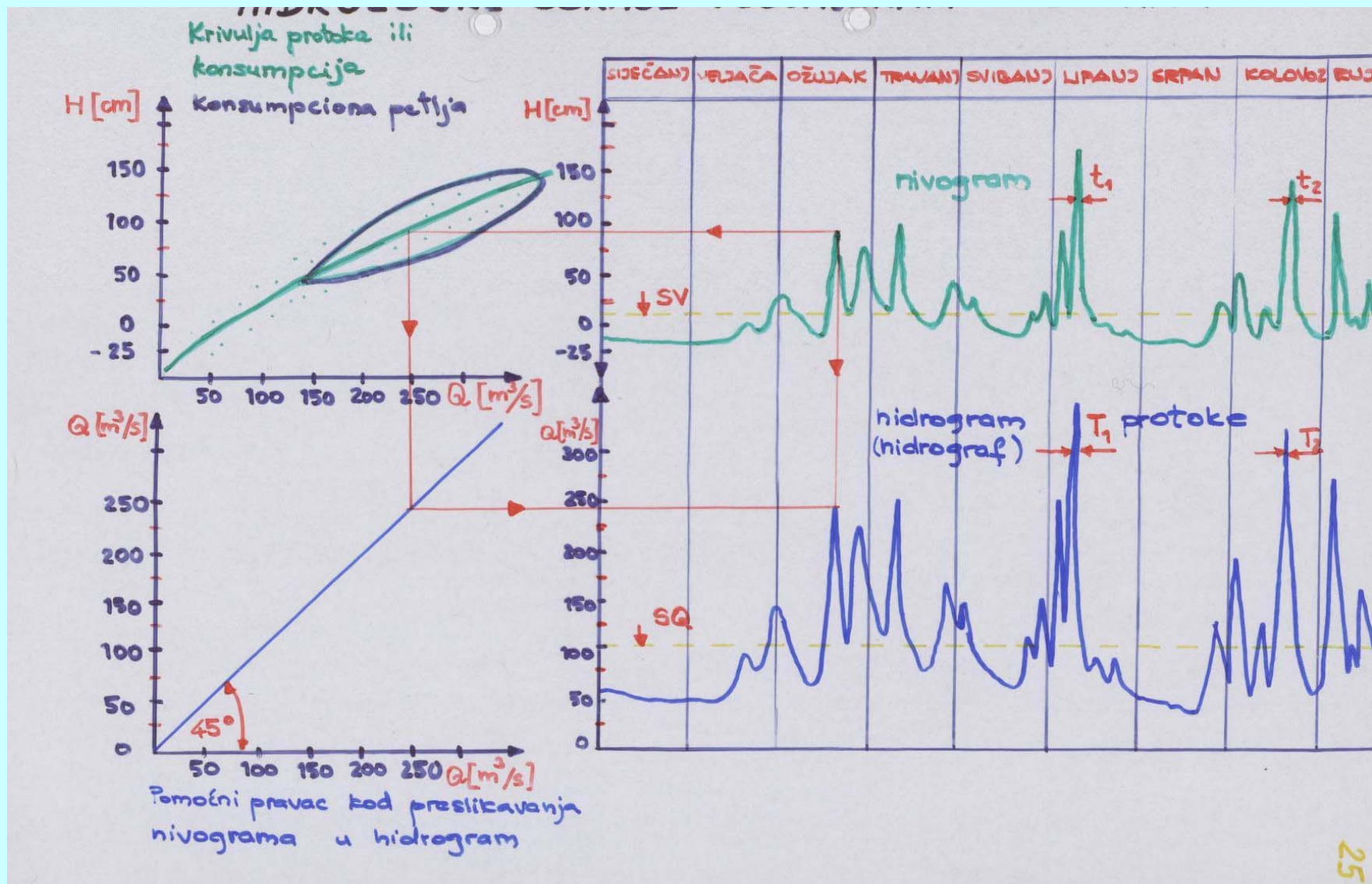
Q_d - direktno otjecanje

Q_b - bazno otjecanje

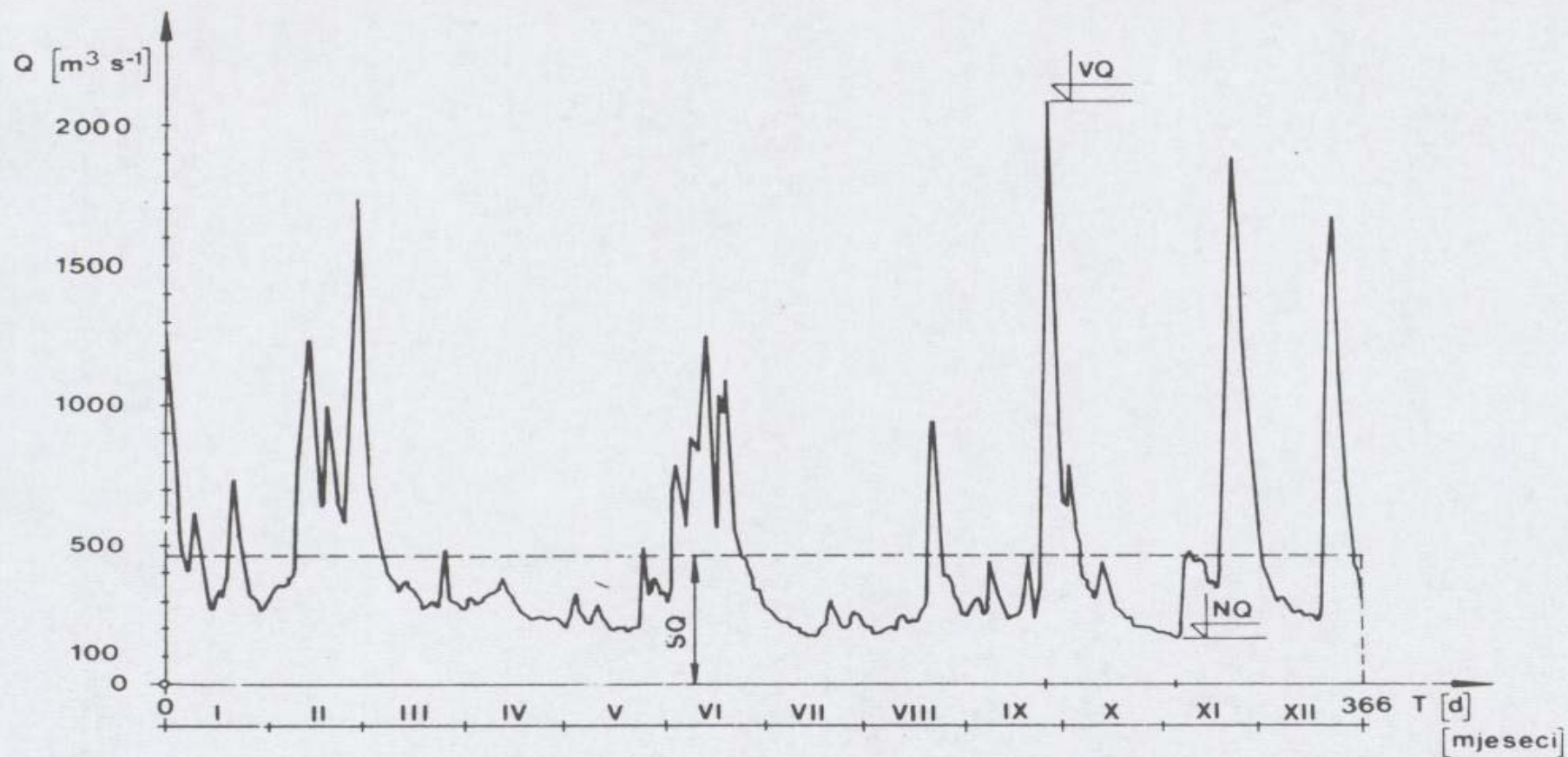
HIDROGRAM – kronološki grafički prikaz protoka;
određivanje hidrograma preslikavanjem nivograma



Preslikavanje nivograma u hidrogram



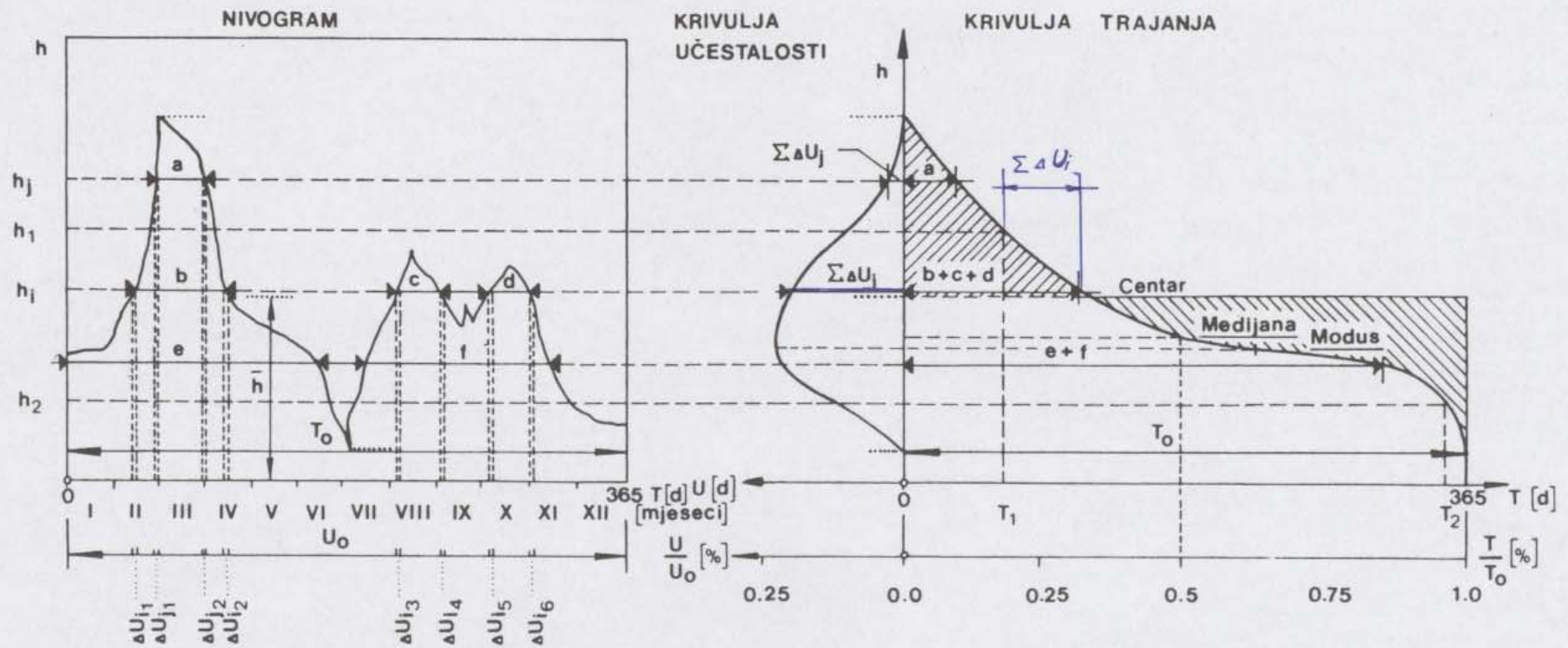
Primjer godišnjeg hidrograma



Primjer prikaza
zapisa dnevnih
protoka u
hidrološkom
godišnjaku

RJEKA SAVA, VODOMJER BR. 916 - CRNAC, LIMNIGRAF												
A = 23 102 [km ²]						KOTA "0" TOČKE 90.03 [m n.m.]						
DAN	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	1246	315	1006	323	238	321	261	195	269	626	181	433
2	798	339	874	307	284	693	251	183	284	789	179	385
3	679	364	680	281	331	794	230	183	313	698	177	357
4	578	349	637	285	256	733	219	175	295	558	160	325
5	489	352	540	295	242	632	221	185	239	512	171	290
6	436	376	480	315	228	543	218	197	255	375	248	311
7	400	383	415	316	212	858	218	196	440	366	435	306
8	580	399	404	327	218	895	206	201	409	342	477	301
9	630	843	371	332	265	854	204	183	380	331	451	273
10	587	866	358	347	289	834	197	229	308	309	435	252
11	477	1022	332	385	250	1172	183	245	279	354	452	261
12	361	1241	361	347	226	1251	176	226	254	439	440	262
13	265	1225	378	319	212	1141	173	212	228	402	433	240
14	269	1038	350	285	194	698	169	233	244	358	360	235
15	288	793	345	282	194	554	167	223	240	309	371	239
16	335	641	323	258	206	1028	165	216	238	265	341	237
17	311	708	303	252	203	964	196	250	246	272	363	223
18	341	995	273	241	189	1089	202	264	335	264	724	229
19	423	894	275	236	187	861	234	288	466	245	1069	474
20	728	755	285	230	206	698	306	921	343	225	1292	1488
21	743	652	295	235	195	549	258	937	218	225	1890	1670
22	540	613	277	237	204	504	226	715	280	201	1728	1651
23	500	571	275	238	258	458	204	502	370	198	1643	1433
24	372	944	430	232	485	448	198	386	1346	199	1349	1171
25	311	1212	486	231	421	400	202	393	2091	202	1150	915
26	315	1454	351	242	321	359	197	378	1563	204	1031	749
27	311	1735	359	235	279	344	259	313	1435	204	867	604
28	263	1548	339	231	273	335	248	285	1155	194	736	521
29	257	1389	333	221	321	305	254	246	854	191	604	432
30	265		328	202	325	283	227	250	646	180	521	414
31	303		328		289		204	240		182		325
NQ	257	315	273	202	187	283	165	175	218	180	160	223
SQ	465	828	413	276	258	687	215	311	534	330	676	548
VQ	1246	1735	1006	385	485	1251	306	937	2091	789	1890	1670
1968	NQ	DATUM				SQ	VQ	DATUM		ΣQ 10 ⁶ [m ³]		
	160	4 - XI				459	2091	25 - IX		14 514		
NNQ							VVQ					

Krivulja trajanja i krivulja učestalosti vodostaja



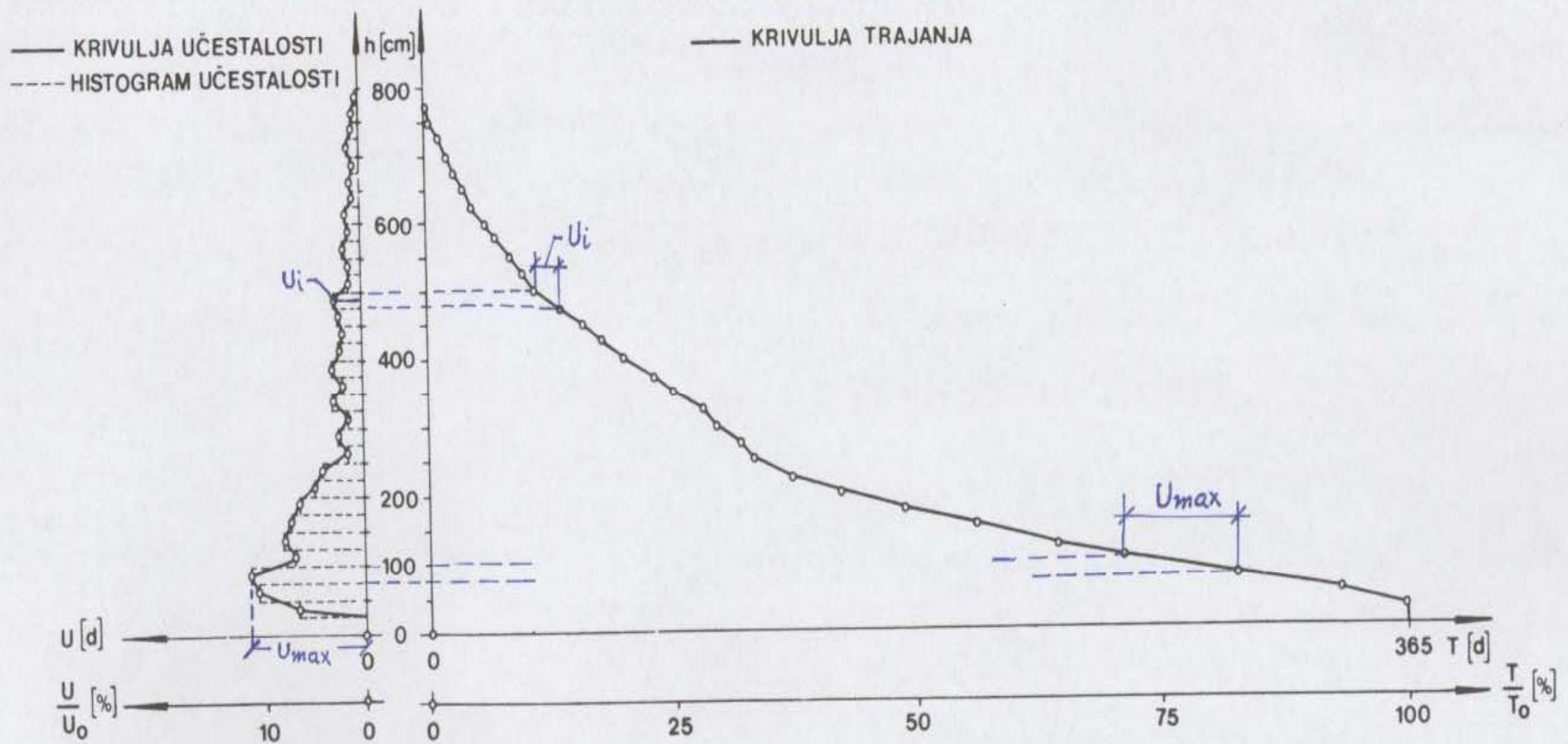
Primjer prikaza
zapisa dnevnih
vodostaja u
hidrološkom
godišnjaku

RJEKA SAVA, VODOMJER BR. 916 - CRNAC, LIMNIGRAF												
A = 23 102 [km ²]						KOTA "0" TOČKE 90.03 [m n.m.]						
DAN	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	621+	159+	571+	148	78	192	110	51	100	398	41	359
2	541	161	509	142	124	396	99	42	123	428+	42	317
3	478	165	457	140	134	423	88	36+	136	405	34+	285
4	428	173	407	136	110	412	81	34	120	360	27	258
5	379	180	362	139	82	376	77	40	100	310	36	234
6	338	201	327	153	70	352	71	49	126	266	108	210
7	319	227	300	153	65	434	70	51	212	225	172	190
8	364	245	281	161	71	467	64	51	216	186	195	170
9	392	340	264	168	101	468	58	56	178	165	196	152
10	369	459	246	185	110	476	48	76	138	152	192	139
11	328	550	218	189+	92	574	41	83	118	184	202	135
12	286	619	207	169	75	623+	35	73	102	216	238	127
13	248	616	205	151	62	585	31	61	91	196	138	118
14	225	564	194	132	52	499	29	62	91	164	216	108
15	217	504	180	117	54	448	27	67	88	136	192	98
16	206	465	166	102	54	460	25+	68	85+	120	174	91
17	199	490	152	93	50	492	36	99	91	115	192	82+
18	213	536	139	89	46+	516	54	105	176	111	378	85
19	292	534	136	85	46	481	88	136	243	100	580	232
20	394	498	138	85	54	432	115+	344	290	85	718	630
21	414	457	137	85	46	387	98	416+	347	74	770	739+
22	385	413	135+	85	52	340	77	372	338	64	779+	744
23	338	393	138	84	130	311	61	296	349	58	762	704
24	297	495	210	83	210+	283	53	235	574	59	720	634
25	259	593	240	83	190	244	53	195	662	59	654	556
26	230	661	216	85	154	213	58	169	687+	60	598	496
27	202	725+	191	81	126	181	86	135	678	57	542	438
28	177	700	175	77	128	158	88	116	608	53	496	386
29	157	646	162	67	142	139	92	105	517	46	452	334
30	145+		158	59+	144	123+	78	96	438	42+	410	289
31	152		154		134		63	91		43		250
NV	144	156	133	56	42	115	24	34	84	40	26	78
SV	309	440	238	118	96	383	66	123	267	159	345	309
VV	664	730	609	195	214	626	119	422	694	434	780	750
1968	NV	DATUM					SV	VV			DATUM	
	24	16 - VII					236	780			22 - XI	
NNV	- 17	2 - X - 1967.					VVV 886	6 - XII - 1967.				

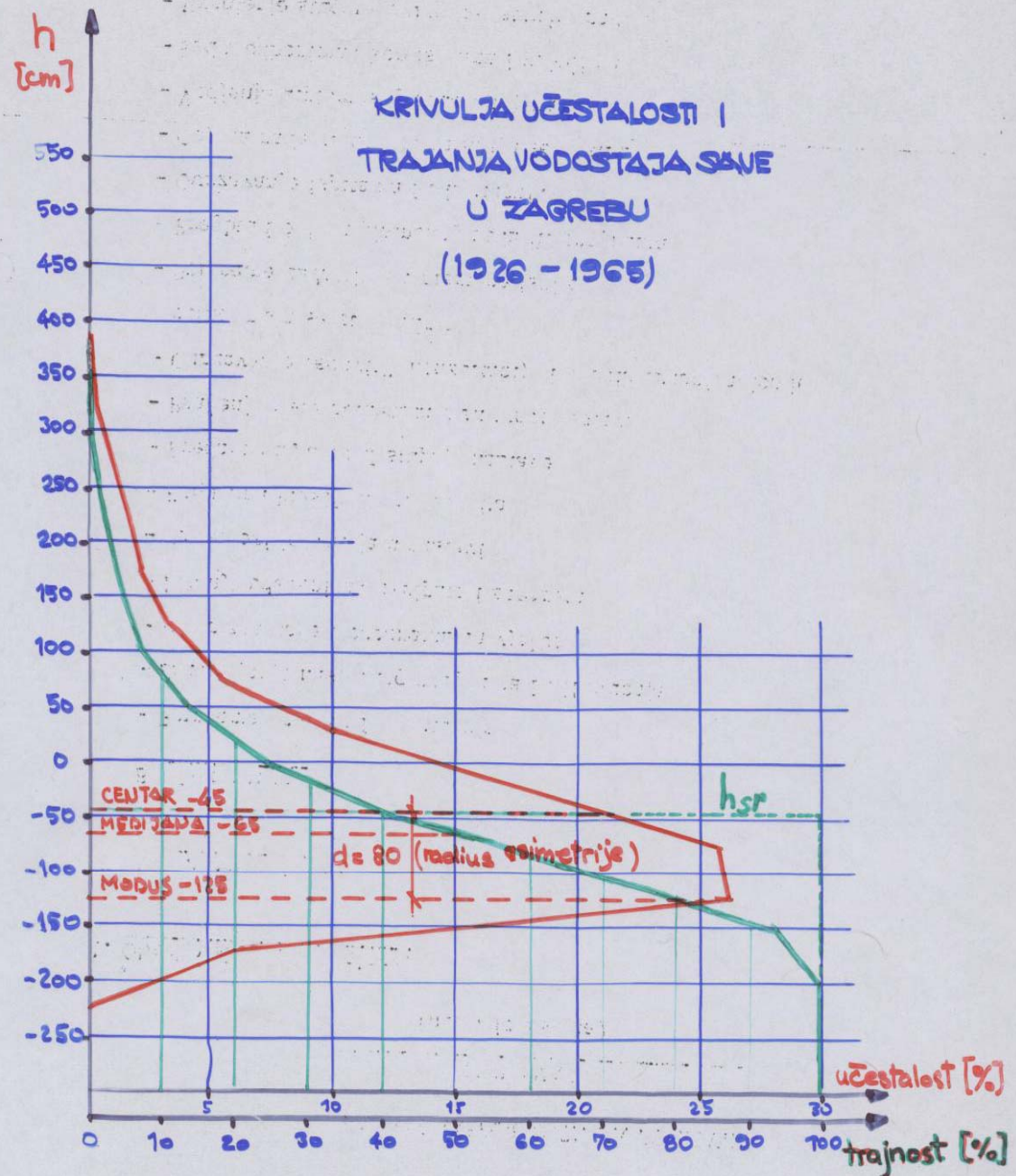
Primjer sređenih
podataka
(sa prethodnog slajda)
za konstrukciju
krivulje učestalosti i
krivulje trajanja
vodostaja

Razred [cm]	Učestalost		Ukupna učestalost	
	[d]	[%]	[d]	[%]
01	02	03	04	05
800 - 775	1	0.27	1	0.27
774 - 750	2	0.55	3	0.82
749 - 725	3	0.82	6	1.64
724 - 700	4	1.09	10	2.73
699 - 675	2	0.55	12	3.28
674 - 650	3	0.82	15	4.10
649 - 625	3	0.82	18	4.92
624 - 600	5	1.37	23	6.29
599 - 575	4	1.09	27	7.38
574 - 550	6	1.64	33	9.02
549 - 525	4	1.09	37	10.11
524 - 500	4	1.09	41	11.20
499 - 475	10	2.73	51	13.93
474 - 450	8	2.19	59	16.12
449 - 425	7	1.91	66	18.03
424 - 400	8	2.19	74	20.22
399 - 375	11	3.00	85	23.22
374 - 350	7	1.91	92	25.13
349 - 325	11	3.00	103	28.13
324 - 300	5	1.37	108	29.50
299 - 275	9	2.46	117	31.96
274 - 250	5	1.37	122	33.33
249 - 225	15	4.10	137	37.43
224 - 200	18	4.92	155	42.35
199 - 175	24	6.56	179	48.91
174 - 150	27	7.38	206	56.29
149 - 125	30	8.20	236	64.49
124 - 100	25	6.83	261	71.32
99 - 75	42	11.47	303	82.79
74 - 50	39	10.65	342	93.44
49 - 25	24	6.56	366	100.00
Ukupno:	366	100.00		

Primjer krivulje trajanja i krivulje učestalosti

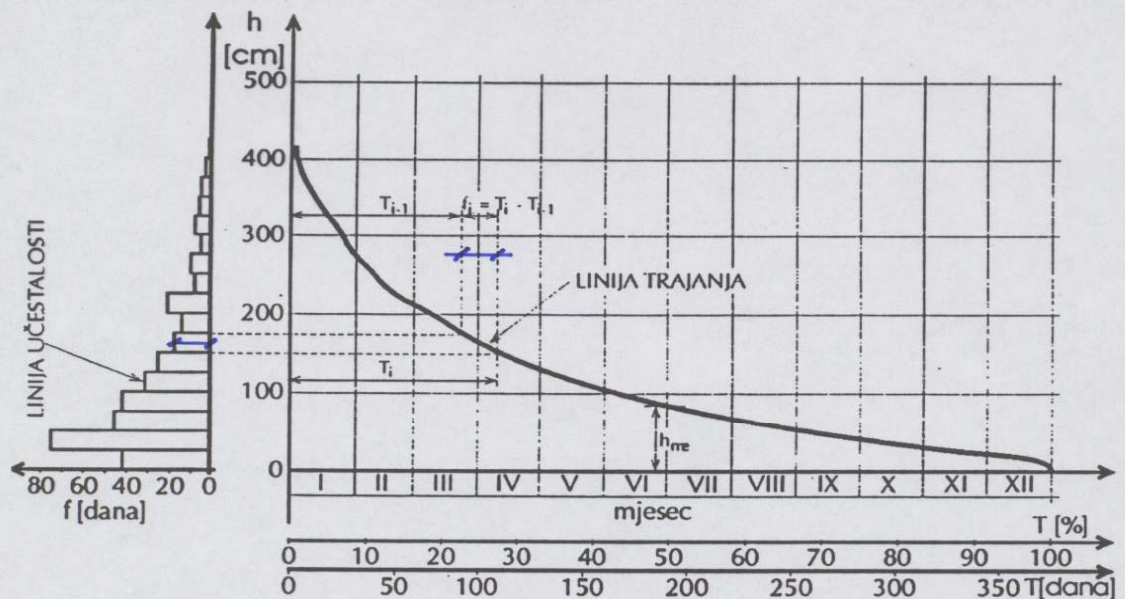


Krivulja trajanja i
krivulja učestalosti
– primjer iz prakse



2. primjer
konstruiranja
krivulje učestalosti
i krivulje trajanja
vodostaja

i	Vod. od - do h (cm)	Učestalost pojave po mjesecima $f_{i,k}$ (dana)												Ukup. učest. f_i (dana)	Trajanje T_i (dana)
		Mjesec k													
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12		
1	400-425		1										1	2	2
2	375-400		1										2	3	5
3	350-375		4										1	5	10
4	325-350		2	3									1	6	16
5	300-325		4	2									2	8	24
6	275-300		3	2										5	29
7	250-275		4	4									1	10	39
8	225-250		1	5	1								1	8	47
9	200-225		4	10	6								1	21	68
10	175-200			5	5								4	14	82
11	150-175	2			14								2	18	100
12	125-150	2			4	9							1	10	26
13	100-125	8	3			12	2					1	1	5	32
14	75-100	19	1			10	4					2	6		42
15	50-75						24	10				2	10		46
16	25-50							21	31	14			11		77
17	0-25									16	26				42
	Σ	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31	365	



3. primjer krivulje učestalosti i krivulje trajanja

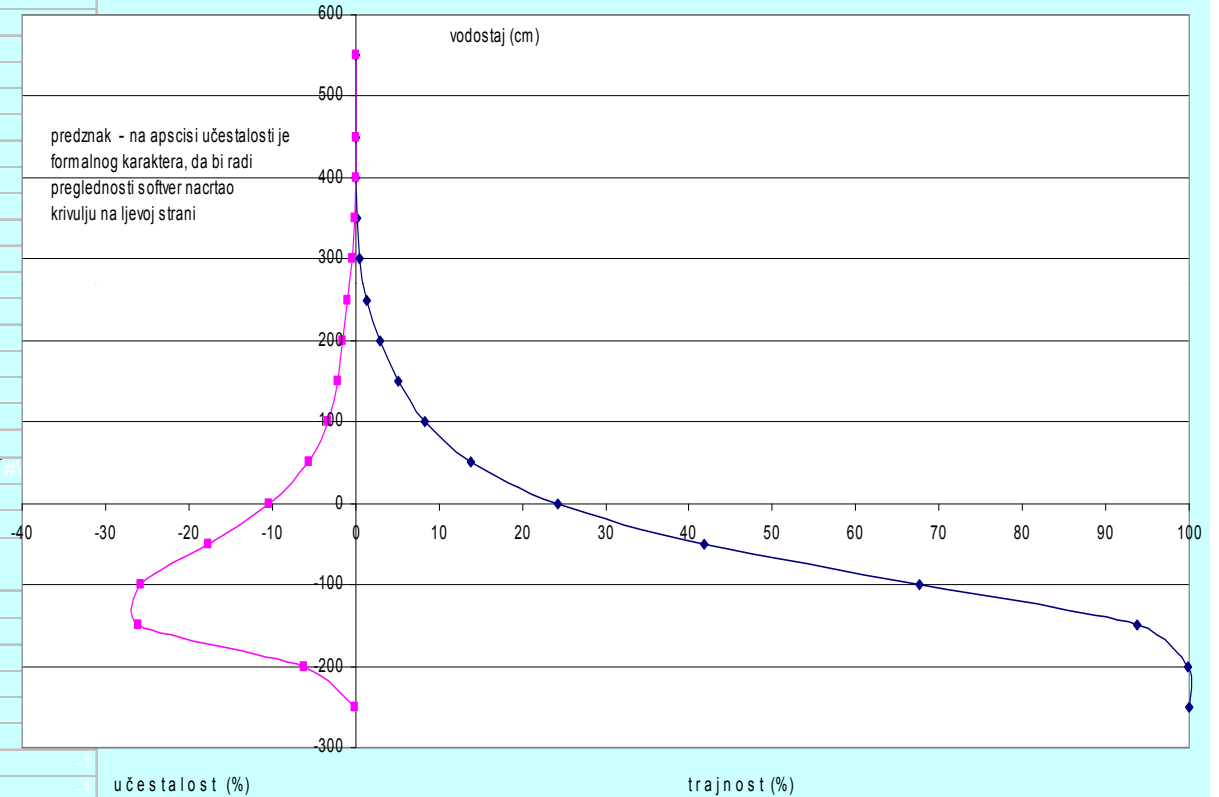
Treba nacrtati krivulju učestalosti i krivulju trajnosti za vodostaje Save u Zagrebu u periodu 1926 - 1965, koji su podijeljeni u razrede inkrementa $\Delta X = 50$ cm:

Interval vodostaja (cm)	trajnost(%)		učestalost (%)	
	apsolutna	relativna(%)	apsolutna	relativna(%)
500 - 550			1	
450 - 500			1	
400 - 450			4	
350 - 400			14	
300 - 350			48	
250 - 300			137	
200 - 250			219	
150 - 200			315	
100 - 150			477	
50 - 100			812	
0 - 50			1512	
0 - (-50)			2574	
-50 - (-100)			3765	
-100 - (-150)			3819	
-150 - (-200)			897	
-200 - (-250)			15	

Rješenje:

Interval vodostaja (cm)	trajnost(%)		učestalost (%)		
	apsolutna	relativna(%)	apsolutna	relativna(%)	
500 - 550	1	0	1	0	
450 - 500	2	0	1	0	
400 - 450	6	0	4	0	
350 - 400	20	0	14	0	
300 - 350	68	0	48	0	
250 - 300	205	1	137	1	-1
200 - 250	424	3	219	1	-1
150 - 200	739	5	315	2	-2
100 - 150	1216	8	477	3	-3
50 - 100	2028	14	812	6	-6
0 - 50	3540	24	1512	10	-10
0 - (-50)	6114	42	2574	18	-18
-50 - (-100)	9879	68	3765	26	-26
-100 - (-150)	13698	94	3819	26	-26
-150 - (-200)	14595	100	897	6	-6
-200 - (-250)	14610	100	15	0	0
		sum	14610		

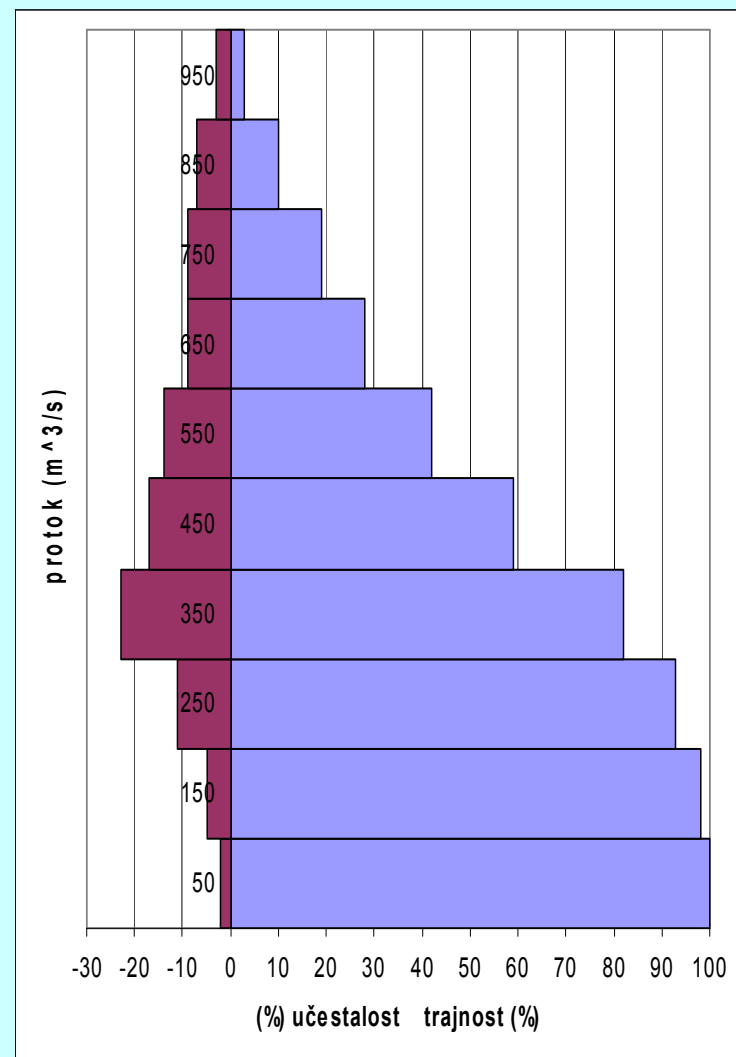
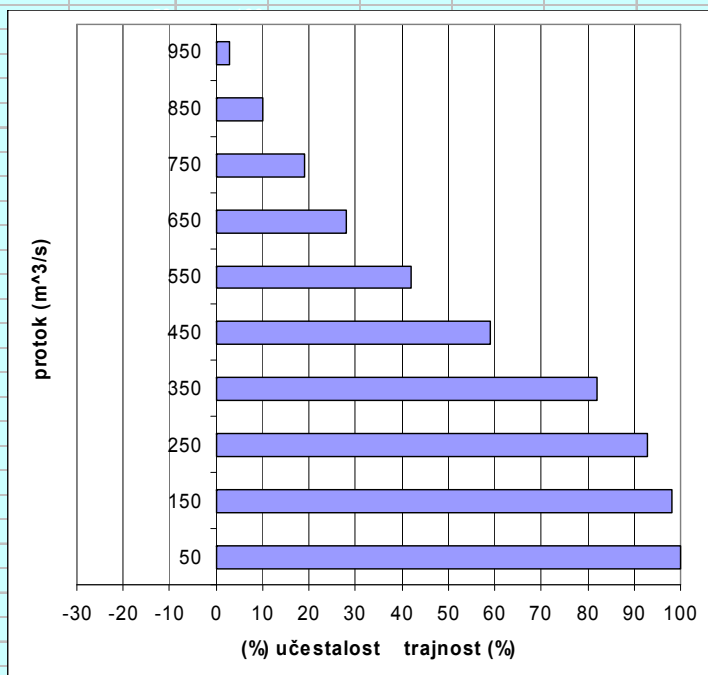
Krivulja učestalosti itrajnosti



Primjer izrade histograma učestalosti protoka na osnovu poznate trajnosti

Zadatak:

Prema zadanom histogramu trajnosti protoka izračunati učestalosti tih protoka po razredima i nacrtati histogram njihovih učestalosti

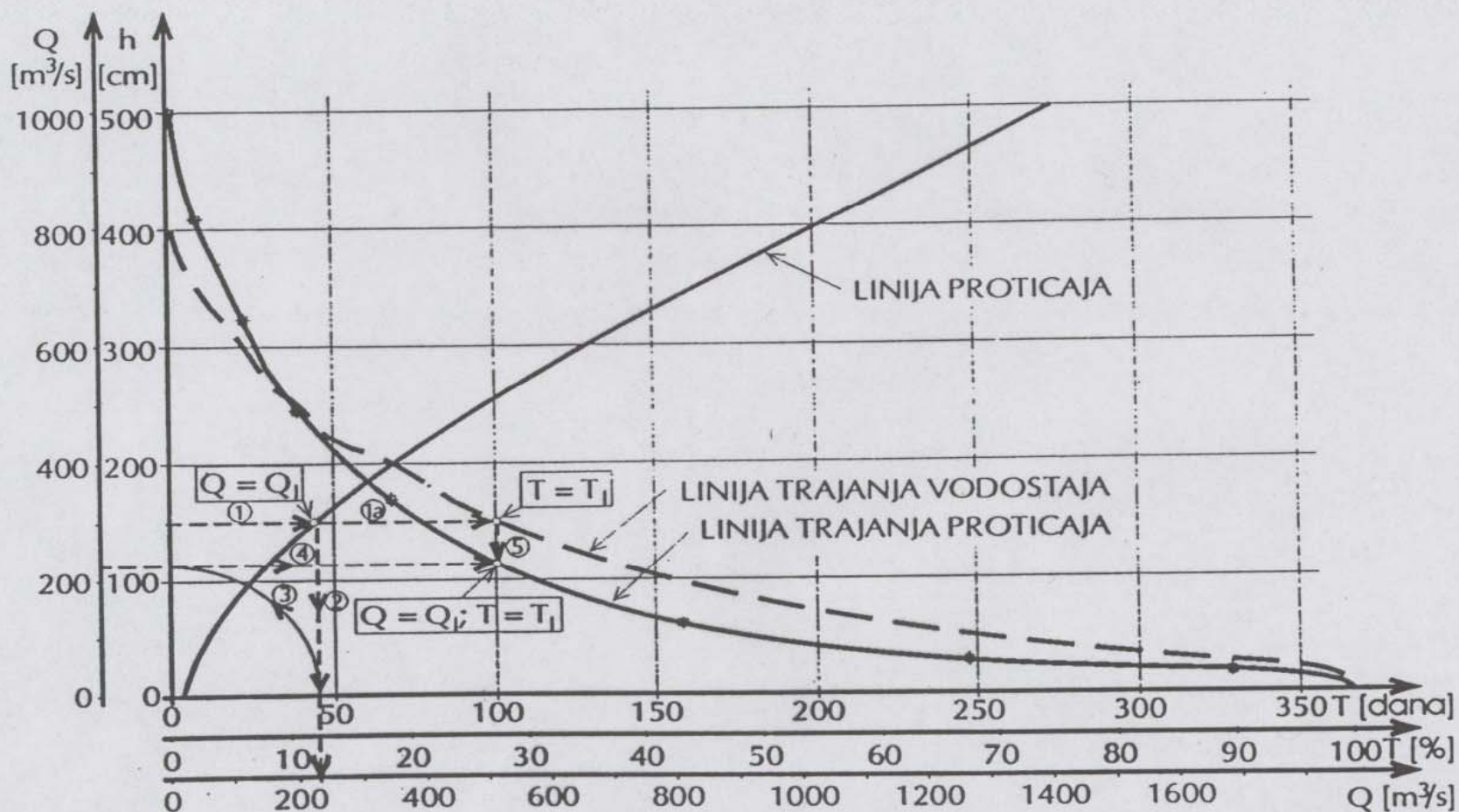


Riješenje:

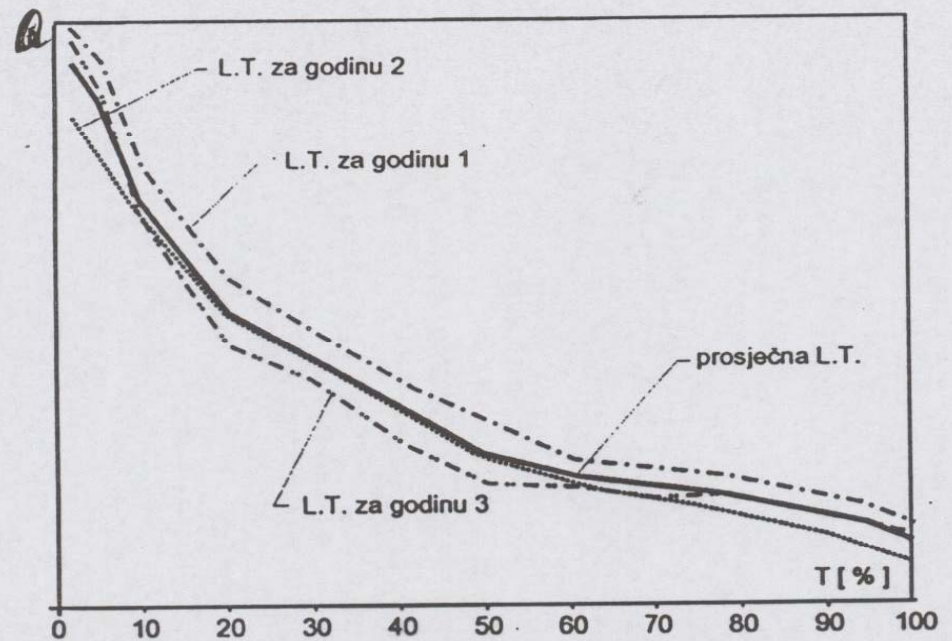
razred	trajnost (%)	učestalost (%)
0-50	100	-2
50-150	98	-5
150-250	93	-11
250-350	82	-23
350-450	59	-17
450-550	42	-14
550-650	28	-9
650-750	19	-9
750-850	10	-7
850-950	3	-3

predznak – u stupcu učestalosti je formalne naravi a uveden je zbog orijentacije automatskog softverskog crtanja grafa učestalosti

Konstriranje krivulje trajanja proticaja preslikavanjem krivulje trajanja vodostaja



Definiranje prosječne
krivulje trajanja za
višegodišnji period



Definiranje prosječne linije trajanja za
višegodišnji vremenski period

Za dato T_i :

$$\bar{Q}_i = \frac{Q_{i1} + Q_{i2} + \dots + Q_{in}}{n}$$

Za dato Q_i :

$$\bar{T}_i = \frac{T_{i1} + T_{i2} + \dots + T_{in}}{n}$$